MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

1. Números e Álxebra:

a) Calcule A se $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Se $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ é invertible, obteña os valores de x, y e z sabendo que $\det(A - 3I) = 0$, que $y \neq 0$ e que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Enténdase que I é a matriz identidade.

2. Números e Álxebra:

Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} (m+1)x & & & + & z & = & 1, \\ (m+1)x & + & y & + & z & = & m+1, \\ (m+1)x & + & my & + & (m-1)z & = & m. \end{cases}$

3. Análise:

a) Enuncie os teoremas de Rolle e do valor medio do cálculo diferencial.

b) Explique se $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ está ou non nas hipóteses do teorema do valor medio do cálculo diferencial. En caso de que o estea, calcule un valor c para o cal se cumpra a tese dese teorema.

4. Análise:

a) Calcule mediante cambio de variable as integrais $\int (\sin x)^5 \cos x \, dx$ e $\int (\ln x)/x \, dx$.

b) Calcule $\int (\ln x)/x \, dx$ empregando o método de integración por partes. Logo, obteña algún valor de B tal que $\int_{\mathrm{e}}^{B} (\ln x)/x \, dx = 3/2$.

5. Xeometría:

a) Considérense o plano $\pi\colon ax + y + z = 1$, onde a é un parámetro real e a recta $r\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$. Estude a posición relativa de π e r en función de a e obteña o valor de a que fai que π e r sexan perpendiculares. Por último, razoe se r pode estar contida en π ou non.

b) Se $\pi\colon -3x + y + z = 1$, diga que valor ten que tomar b para que $r\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$ estea contida en π.

6. Xeometría:

Considérese o plano $\pi\colon 2x - y + z = 1$. Pídese:

a) Calcular a distancia de π ao punto de corte das rectas $r_1\colon \begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = 0, \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$ e $r_2\colon \begin{cases} x = \mu, \\ y = -1 + \mu, \\ z = 0, \end{cases}$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$.

b) Obter o punto simétrico de $P(1,0,0)$ con respecto a π.

7. Estatística e Probabilidade:

a) Calcule $P(A|B)$ se $B \subset A$. Logo, se $P(C) = 0.5$ e $P(D) = 0.6$, explique se C e D poden ser incompatibles. Por último, obteña $P(E \cup F)$ e $P(E \cap \bar{F})$ se E e F son independentes, $P(E) = 0.3$ e $P(F) = 0.2$.

b) Tírase un dado sete veces. Calcule a probabilidade de que saian exactamente dous seises.

8. Estatística e Probabilidade:

Para un determinado grupo de pacientes, a tensión arterial sistólica (medida en mmHg) segue unha distribución normal de media 123.6 e desviación típica 17.8. Calcule a probabilidade de que un paciente elixido ao azar teña unha tensión comprendida entre 100 e 120 mmHg. Logo, obteña o valor da tensión que é superado polo 67% dos pacientes.

MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

1. Números y Álgebra:

a) Calcule A si $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ es invertible, obtenga los valores de x, y y z sabiendo que $\det(A - 3I) = 0$, que $y \neq 0$ y que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Entiéndase que I es la matriz identidad.

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\begin{cases} (m+1)x + z = 1, \\ (m+1)x + y + z = m+1, \\ (m+1)x + my + (m-1)z = m. \end{cases}$

3. Análisis:

a) Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.

b) Explique si $f: [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, está o no en las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso de que lo esté, calcule un valor c para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.

4. Análisis:

a) Calcule mediante cambio de variable las integrales $\int (\sin x)^5 \cos x\, dx$ y $\int (\ln x)/x\, dx$.

b) Calcule $\int (\ln x)/x\, dx$ empleando el método de integración por partes. Luego, obtenga algún valor de B tal que $\int_{\mathrm{e}}^{B} (\ln x)/x\, dx = 3/2$.

5. Geometría:

a) Considérense el plano $\pi: ax + y + z = 1$, donde a es un parámetro real, y la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$. Estudie la posición relativa de π y r en función de a y obtenga el valor de a que hace que π y r sean perpendiculares. Por último, razone si r puede estar contenida en π o no.

b) Si $\pi: -3x + y + z = 1$, diga qué valor tiene que tomar b para que $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$ esté contenida en π.

6. Geometría:

Considérese el plano $\pi: 2x - y + z = 1$. Se pide:

a) Calcular la distancia de π al punto de corte de las rectas $r_1: \begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = 0, \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$ y $r_2: \begin{cases} x = \mu, \\ y = -1 + \mu, \\ z = 0, \end{cases}$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$.

b) Obtener el punto simétrico de $P(1,0,0)$ con respecto a π.

7. Estadística y Probabilidad:

a) Calcule $P(A|B)$ si $B \subset A$. Luego, si $P(C) = 0.5$ y $P(D) = 0.6$, explique si C y D pueden ser incompatibles. Por último, obtenga $P(E \cup F)$ y $P(E \cap \bar{F})$ si E y F son independientes, $P(E) = 0.3$ y $P(F) = 0.2$.

b) Se tira un dado siete veces. Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos seises.

8. Estadística y Probabilidad:

Para un determinado grupo de pacientes, la tensión arterial sistólica (medida en mmHg) sigue una distribución normal de media 123.6 y desviación típica 17.8. Calcule la probabilidad de que un paciente elegido al azar tenga una tensión comprendida entre 100 y 120 mmHg. Luego, obtenga el valor de la tensión que es superado por el 67% de los pacientes.